

## Rechengesetze - Kommutativgesetz

### 1. Aufgabe

Du kennst bereits 4 Rechenoperationen.

Welche sind dies? Trage zusätzlich das Rechenzeichen sowie ein Beispiel in die Tabelle ein.

Rechenoperation	Rechenzeichen	Beispiel
Addition	+	$15 + 7 = 22$
Subtraktion	-	$18 - 9 = 9$
Multiplikation	·	$6 \cdot 5 = 30$
Division	:	$21 : 7 = 3$

Bei welchen Rechenoperationen können wir die Zahlen links und rechts von dem Rechenzeichen vertauschen und erhalten trotzdem das gleiche Ergebnis? Trage deine Beispiele von oben wieder ein, finde weitere; vertausche dann die Zahlen und notiere deine Feststellung!

Beispiel	Vertauschung der Zahlen	Ergebnis
$15 + 7 = 22$	$7 + 15 = 22$	Richtig
$18 - 9 = 9$	$9 - 18 =$ geht nicht (noch nicht!)	Falsch
$6 \cdot 5 = 30$	$5 \cdot 6 = 30$	Richtig
$21 : 7 = 3$	$7 : 21 = ?$ geht nicht	Falsch
Wir vermuten, dass man bei der Addition und Multiplikation die Zahlen vertauschen darf, bei der Subtraktion und Division nicht. Das wollen wir an weiteren Beispielen überprüfen!		
$12 + 18 = 30$	$18 + 12 = 30$	Richtig
$15 - 5 = 10$	$5 - 15 = ??$	Falsch
$4 \cdot 3 = 12$	$3 \cdot 4 = 12$	Richtig
$15 : 3 = 5$	$3 : 15 = ??$	Falsch

Überlege dir weitere Aufgaben im Kopf und prüfe weiter.

Wir erkennen folgendes **Vertauschungsgesetz** – dieses nennen wir **Kommutativgesetz** (aus dem Lateinischen: commutare)

Es gilt das Kommutativgesetz der Addition:  $a + b = b + a$

Beispiel:  $13 + 12 = 12 + 13$

Und das Kommutativgesetz der Multiplikation:  $a \cdot b = b \cdot a$

Beispiel:  $8 \cdot 9 = 9 \cdot 8$

**2. Aufgabe**

Das Kommutativgesetz der Addition und Multiplikation wollen wir jetzt üben, üben, üben, ...  
Zunächst wollen wir noch eine Hilfe für cleveres Rechnen herausfinden. Rechne die nächsten Aufgaben möglichst schnell. Hierzu zuerst genau hinschauen!

a)  $47 + 29 + 53 = 47 + 53 + 29 = 100 + 29 = 129$

b)  $15 + 56 + 45 = 15 + 45 + 56 = 60 + 56 = 116$

c)  $24 + 80 + 26 = 24 + 26 + 80 = 50 + 80 = 130$

d)  $11 + 76 + 9 = 11 + 9 + 76 = 20 + 76 = 96$

e)  $38 + 33 - 28 = 38 - 28 + 33 = 10 + 33 = 43$

f)  $20 + 88 - 20 = 20 - 20 + 88 = 0 + 88 = 88$

g)  $19 + 57 - 9 = 19 - 9 + 57 = 10 + 57 = 67$

h)  $20 + (33 - 27) + 5 = 20 + 5 + 5 = 30$

i)  $(36 + 24) - 10 = 60 - 10 = 50$

j)  $92 - (17 + 53) - 2 = 92 - 70 - 2 = 22 - 2 = 20$

**Wir rechnen geschickter, wenn wir ...**

... Zahlen vertauschen, die wir schneller addieren oder subtrahieren können.

Wenn wir negative Zahlen vertauschen, muss das Minuszeichen bei dieser Zahl stehen bleiben!

**Regel für das Rechnen mit Klammern:**

Klammern müssen immer zuerst ausgerechnet werden!

**3. Aufgabe**

Berechne möglichst schnell und geschickt – auf einem Blatt:

a)  $136 - 17 - 103 + 64 = 136 + 64 - 17 - 103 = 200 - 17 - 103 = 183 - 103 = 80$

b)  $26 - 15 + 24 + 5 = 26 + 24 - 15 + 5 = 50 - 15 + 5 = 35 + 5 = 40$

c)  $313 + 44 + 106 - 298 = 313 + 150 - 298 = 463 - 298 = 165$

d)  $(35 + 16) + (26 - 17) = 51 + 9 = 60$

e)  $(183 - 120) - (27 - 10 + 6) = 63 - 23 = 40$

f)  $279 - (98 - 19) - (68 + 32) = 279 - 79 - 100 = 100$

g)  $100 - (28 + 12) + 39 - 50 = 100 - 40 + 39 - 50 = 60 + 39 - 50 = 49$

h)  $286 + 177 - 186 - 176 = 286 - 186 + 177 - 176 = 100 + 1 = 101$

i)  $86 - 15 + 24 - 75 = 86 + 24 - 15 - 75 = 110 - 15 - 75 = 95 - 75 = 20$

j)  $303 + 34 + 116 - 298 = 303 - 298 + 34 + 116 = 5 + 150 = 155$

k)  $(35 + 16) + (17 + 26) = 51 + 43 = 94$

l)  $(187 - 120) + (27 - 17 + 3) = 67 + 13 = 80$

m)  $178 - (27 + 13) - (66 - 48) = 178 - 40 - 18 = 160 - 40 = 120$

n)  $66 - (28 + 12) + 34 - 50 = 66 - 40 + 34 - 50 = 100 - 40 - 50 = 10$

**Alle Rechnungen auf einem Blatt mit ausführlichen Rechenschritten!**

#### 4. Aufgabe – Berechne

- a)  $97 + 80 + 26 - 25 - 11 = 177 + 26 - 25 - 11 = 177 + 1 - 11 = 178 - 11 = 167$
- b)  $101 + 11 + 74 - 58 - 69 = 112 + 74 - 58 - 69 = 186 - 58 - 69 = 128 - 69 =$
- c)  $25 + 286 + 14 - 86 - 39 = 25 + 300 - 86 - 39 = 200$
- d)  $100 + 88 + 64 - 52 - 11 = 188 + 12 - 11 = 189$
- e)  $74 + 25 + 68 - 147 - 20 = 99 + 68 - 147 - 20 = 167 - 147 - 20 = 0$
- f)  $102 + 58 + 22 - 82 - 50 = 160 + 22 - 82 - 50 = 182 - 82 - 50 = 50$
- g)  $258 + 42 + 50 - 250 - 77 = 350 - 250 - 77 = 23$
- h)  $187 + 23 + 54 - 34 - 30 = 210 + 54 - 34 - 30 = 210 + 20 - 30 = 200$
- i)  $310 + 257 + 77 - 44 - 401 = 644 - 44 - 401 = 199$
- j)  $110 + 257 + 589 - 500 - 56 = 367 + 89 - 56 = 400$
- k)  $298 + 12 + 300 - 599 - 1 = 310 + 300 - 599 - 1 = 610 - 599 - 1 = 11 - 1 = 10$

#### 5. Aufgabe – Berechne

- a)  $107 - 15 + 13 - 5 + 20 = 120$
- b)  $120 - 25 + 30 - 25 + 15 = 115$
- c)  $256 - 41 + 24 - 39 + 12 = 212$
- d)  $365 - 77 + 15 - 3 + 27 = 327$
- e)  $258 - 47 + 42 - 53 + 5 = 205$
- f)  $987 - 444 + 13 - 56 + 55 = 555$
- g)  $125 - 17 + 75 - 13 + 30 = 200$
- h)  $358 - 15 + 42 - 85 + 33 = 333$
- i)  $28 - 17 + 72 - 23 + 6 = 66$
- j)  $115 - 28 + 35 - 22 + 11 = 111$
- k)  $119 - 23 + 31 - 17 + 11 = 121$

#### 6. Aufgabe – Berechne

- a)  $(34 - 17) - (28 + 33) = 17 - 61$  geht nicht (Klasse 5) bzw.  $= -44$
- b)  $120 - (37 - 25) + 25 = 133$
- c)  $33 + (27 - 15) - 29 = 16$
- d)  $366 - (250 + 47) - 66 = 3$
- e)  $990 - (230 - 39) + 21 = 820$
- f)  $100 - (74 + 18) + 28 = 36$
- g)  $(389 - 28 - 61) + (210 - 11 - 79) = 420$
- h)  $(66 + 32) - (210 - 198 - 11) = 97$
- i)  $(280 + 7) - (66 + 71) = 150$
- j)  $115 - (280 - 251) + 35 = 121$
- k)  $119 - (19 + 23) + 76 = 153$

**Beachte:**

**Bei verschachtelten Klammern immer von innen nach außen, d.h. die inneren Klammern zuerst berechnen!**

## 7. Aufgabe

- a)  $[11 + (34 - 17)] - (18 + 23) =$  in Klasse 5: geht nicht, ab Klasse 6:  $= -13$
- b)  $\{120 - [12 - (37 - 25)] + 25\} + (217 - 199) = 243$
- c)  $240 + [33 + (27 - 15) - 29] = 256$
- d)  $[366 - (237 + 43)] - 63 = 23$
- e)  $1000 - \{(230 - 39) + 21\} = 788$
- f)  $\{101 - (72 + 18)\} + 18 = 29$
- g)  $\{(289 - 28) - 61\} + [210 - (110 - 79)] = 379$
- h)  $(66 + 32) + [210 - (198 - 11)] = 121$
- i)  $280 - [170 - (66 + 71)] = 247$
- j)  $\{15 - (28 - 25)\} + 37 - (11 + 19) = 19$

## 8. Aufgabe

Notiere einen Rechenausdruck für die jeweilige Aufgabenstellung und rechne aus!

- a) Addiere zur Zahl 37 die Summe der Zahlen 27, 33, 57 und subtrahiere hiervon 100.

$$[37 + (27 + 33 + 57)] - 100 = [37 + 117] - 100 = 54$$

- b) Zur Differenz von 87 und 33 wird die Summe von 35 und 67 addiert.

$$[87 - 33] + [35 + 67] = 54 + 102 = 156$$

- c) Addiere die Zahlen 94 und 87 und subtrahiere die Differenz der beiden Zahlen.

$$(94 + 87) - (94 - 87) = 181 - 7 = 174$$

- d) Subtrahiere von der Summe von 44 und 98 die Differenz von 99 und 33.

$$(44 + 98) - (99 - 33) = 142 - 66 = 76$$

- e) Addiere zum Ergebnis der Differenz von 76 und 24 die Summe dieser beiden Zahlen.

$$(76 - 24) + (76 + 24) = 52 + 100 = 152$$

- f) Subtrahiere die Zahlen 13 und 27 von 98, addiere 12 und dividiere das Gesamtergebnis durch 2.

$$[(98 - 13 - 27) + 12] : 2 = [58 + 12] : 2 = 70 : 2 = 35$$

## 9. Aufgabe – Textaufgaben

### a) Die erste Klassenfahrt

Kosten: Bus: 800 €  
 Eintritt 32 mal 11 €  
 Übernachtung: 32 mal 27 €  
 Guthaben in der Klassenkasse: 980 €  
 Einzahlung durch die Eltern zusätzlich in die Klassenkasse: 32 mal 50 €

Frage: Wie viel ist nach der Klassenfahrt in der Klassenkasse?

#### Lösung:

Kosten:	800 €
32 * 11 =	352 €
32 * 27 =	864 €
Summe der Kosten	2016 €

Guthaben in der Klassenkasse + Einzahlung 32 \* 50 €:

Guthaben	
In der Kasse	980 €
32 * 50 =	1600 €
Summe des Guthabens	2580 €

Guthaben minus Kosten: 2580 € - 2016 € = 564 €

Als ein Rechenausdruck:

$$(980 + 32 * 50) - (800 + 32 * 11 + 32 * 27) = 564$$

Antwortsatz: Nach der Fahrt sind noch 564 € in der Klassenkasse.

### b) Der Weihnachtsbasar

Einnahmen: durch Spenden 500 €, Verkauf von Kuchen 368 €, Verkauf von Kaffee 256 €  
 Ausgaben: Kaffee 89 €, Zutaten für Kuchen 125 €, Tischdecken, Servietten usw. 78 €.  
 Wie viel Gewinn wurde gemacht? Stelle hierzu einen Rechenausdruck auf!

#### Lösung:

$$\text{Einnahmen} = 500 \text{ €} + 368 \text{ €} + 256 \text{ €}$$

$$\text{Ausgaben} = 89 \text{ €} + 125 \text{ €} + 78 \text{ €}$$

$$\text{Gewinn} = \text{Einnahmen} - \text{Ausgaben}$$

$$\text{Gewinn} = 1124 \text{ €} - 292 \text{ €} = 832 \text{ €}$$

Antwortsatz:

Der Gewinn beträgt 832 €

Einnahmen	
Spenden	500 €
Kuchen	368 €
Kaffee	256 €
Summe der Einnahmen	1124 €
Ausgaben	
Kaffee	89 €
Kuchen	125 €
Servietten usw.	78 €
	292 €

$$\text{Als ein Rechenausdruck: } (500 \text{ €} + 368 \text{ €} + 256 \text{ €}) - (89 \text{ €} + 125 \text{ €} + 78 \text{ €}) = 832 \text{ €}$$



## Rechengesetze - Assoziativgesetz

### Der Zusammenhang zwischen Addition/Subtraktion und Multiplikation/Division

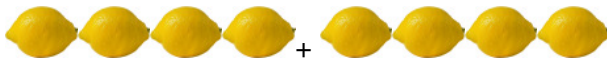
#### 1. Aufgabe

Schreibe jeweils als Summe und als Produkt!



$$3 + 3 + 3 = 9$$

$$3 \cdot 3 = 9$$



$$4 + 4 = 8$$

$$2 \cdot 4 = 8$$



$$5 + 5 + 5 = 15$$

$$3 \cdot 5 = 15$$



$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$$

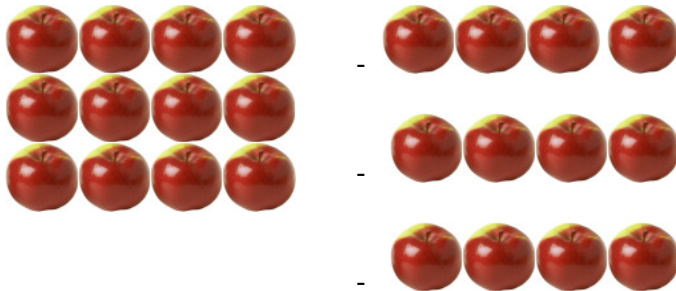
$$5 \cdot 4 = 20$$

**Wir erkennen:**

Die Multiplikation ist eine verkürzte Schreibweise für die Addition gleicher Summanden!

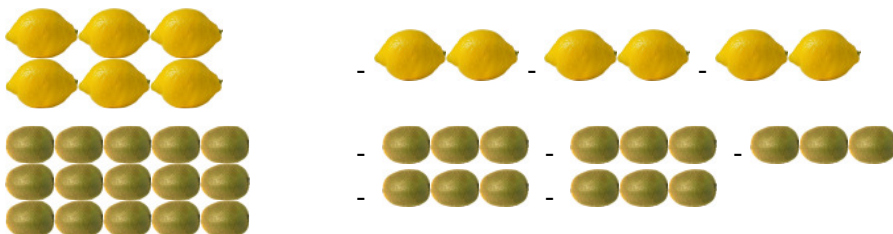
#### 2. Aufgabe

Schreibe als Differenz und als Division



$$12 - 4 - 4 - 4 = 0$$

$$12 : 4 = 3$$



$$6 - 2 - 2 - 2 = 0$$

$$6 : 2 = 3$$

$$15 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 = 0$$

$$15 : 3 = 5$$

**Wir erkennen:**

Die Division ist eine verkürzte Schreibweise für solche Subtraktionsaufgaben!



### 3. Aufgabe

a) Schreibe als Produkt und berechne erst dann!

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 5 * 4 = 20$$

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 7 * 3 = 21$$

$$11 + 11 + 11 + 11 = 4 * 11 = 44$$

$$17 + 17 + 17 = 3 * 17 = 51$$

b) Notiere beide mögliche Additionsformen!

$$\begin{aligned} 5 \cdot 7 &= 7 + 7 + 7 + 7 + 7 \\ &= 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \cdot 8 &= 8 + 8 + 8 \\ &= 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 \cdot 7 &= 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 \\ &= 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \cdot 9 &= 9 + 9 + 9 + 9 \\ &= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 \cdot 3 &= 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 \\ &= 7 + 7 + 7 \end{aligned}$$

### 4. Aufgabe

Schreibe als Divisionsaufgabe!

$$36 - 12 - 12 - 12 = 0$$

$$36 : 12 = 3 \quad \text{oder} \quad 36 : 3 = 12$$

$$48 - 8 - 8 - 8 - 8 - 8 - 8 = 0$$

$$48 : 8 = 6 \quad \text{oder} \quad 48 : 6 = 8$$

$$35 - 7 - 7 - 7 - 7 - 7 = 0$$

$$35 : 7 = 5 \quad \text{oder} \quad 35 : 5 = 7$$

$$21 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 = 0$$

$$21 : 7 = 3 \quad \text{oder} \quad 21 : 3 = 7$$

$$27 - 9 - 9 - 9 = 0$$

$$27 : 9 = 3 \quad \text{oder} \quad 27 : 3 = 9$$

### 5. Aufgabe – wichtige Begriffe

Multiplikation:

8		9	=	72
<b>1. Faktor</b>	mal	<b>2. Faktor</b>	gleich	<b>Produkt</b>

Division:

72	:	9	=	8
<b>Dividend</b>	durch	<b>Divisor</b>	gleich	<b>Quotient</b>

## 6. Aufgabe

Untersuche die folgenden Rechenausdrücke. Wie wirkt sich das Setzen von Klammern aus?

$7 + 4 + 3 = 14$	$3 \cdot 6 \cdot 8 = 144$
$(7 + 4) + 3 = 11 + 3 = 14$	$(3 \cdot 6) \cdot 8 = 144$
$7 + (4 + 3) = 7 + 7 = 14$	$3 \cdot (6 \cdot 8) = 144$
$14 + 12 - 9 = 26 - 9 = 17$	$12 \cdot 4 \cdot 3 = 144$
$(14 + 12) - 9 = 26 - 9 = 17$	$(12 \cdot 4) \cdot 3 = 144$
$14 + (12 - 9) = 14 + 3 = 17$	$12 \cdot (4 \cdot 3) = 144$
$13 - 5 + 8 = 8 + 8 = 16$	$24 : 6 \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$
$(13 - 5) + 8 = 8 + 8 = 16$	$(24 : 6) \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$
$13 - (5 + 8) = 13 - 13 = 0$	$24 : (6 \cdot 2) = 24 : 12 = 2$

Regel gefunden?

**Bei reiner Addition und Multiplikation dürfen wir beliebige Klammern setzen und das Ergebnis ändert sich nicht!**  
**Bei Subtraktion und Division ändert sich bei beliebigem Setzen von Klammern das Ergebnis!**

Bilde selbst weitere Beispiele, um die gefundene Regel noch mal zu überprüfen!

$12 + 13 + 15 = (12 + 13) + 15 = 12 + (13 + 15) = 40$	Klammern setzen erlaubt!
$20 - 13 - 7 = (20 - 13) - 7 \neq 20 - (13 - 7)$	Klammern setzen nicht erlaubt!
$2 \cdot 3 \cdot 4 = 2 \cdot (3 \cdot 4) = (2 \cdot 3) \cdot 4$	Klammern setzen erlaubt!
$120 : 4 : 2 = (120 : 4) : 2 \neq 120 : (4 : 2)$	Klammern setzen nicht erlaubt!

Die gefundene Regel heißt **Assoziativgesetz** (lat. *associare* - vereinigen, verbinden, verknüpfen, vernetzen), auf Deutsch **Verknüpfungsgesetz** oder auch **Verbindungsgesetz**

Eine Verknüpfung ist assoziativ, wenn die Reihenfolge der Ausführung keine Rolle spielt.

Oder :

In einem Summen- oder Produktterm darf man die Summanden oder Faktoren beliebig mit Klammern verbinden. Dies gilt auch für mehr als drei Summanden oder Faktoren.

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad \text{Beispiel: } (3 + 4) + 5 = 3 + (4 + 5)$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) \quad \text{Beispiel: } (3 \cdot 5) \cdot 7 = 3 \cdot (5 \cdot 7)$$