



Klasse 9

Quadratische Gleichungen und Ungleichungen

Stufe:

Dauer ca.: 45 Min

1. Lösungsverfahren

Welche Lösungsverfahren zum Lösen von quadratischen Gleichungen kennst Du? Nenne mindestens 3 Verfahren und beschreibe mit Worten, wie das Lösungsverfahren angewendet wird!

- p-q-Formel auf Basis der quadratischen Gleichung der Form $x^2 + px + q = 0$
- Quadratische Ergänzung; es wird zu einer binomischen Formel ergänzt, damit man die Wurzel ziehen kann
- Ausklammern oder Faktorisieren, wobei dann die jeweiligen Faktoren gleich Null gesetzt werden

2. Gleichungen – Löse mit einem Verfahren deiner Wahl, gib die Lösungsmenge an!

a) $4x^2 + 17x = 15$
 $4x^2 + 17x - 15 = 0$
 $x^2 + \frac{17}{4}x - \frac{15}{4} = 0$

p-q-Formel:

$$x_{1/2} = -\frac{17}{8} \pm \sqrt{\frac{289}{64} + \frac{240}{64}}$$

$$= -\frac{17}{8} \pm \sqrt{\frac{529}{64}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{17}{8} \pm \frac{23}{8}$$

$$x_1 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad x_2 = -5 \quad L = \left\{ -5; \frac{3}{4} \right\}$$

b) $(x-2)^2 - 121 = 0$
 $(x-2)^2 = 121 \quad | \sqrt{}$
 $x-2 = \pm 11$
 $x_1 = 13 \quad x_2 = -9 \quad L = \{-9; 13\}$



Die Matheseite für Aufgaben und Lernmaterialien!



c) $x^2 + 10x + 24 = 0$
 $(x+6)(x+4) = 0$
 $x_1 = -6 \quad x_2 = -4 \quad L = \{-4; -6\}$

3. Ungleichungen – Grafische Bedeutung

- a) Was bedeutet die Lösung der Ungleichung $(x-1)^2 - 1 \leq 0$ grafisch? Gib das Lösungsintervall an! (Scheitelform und Nullstellen!)

Grafisch bedeutet es:

Der Bereich der Parabel $y = (x-1)^2 - 1$, der sich unterhalb der x-Achse befindet.

$$(x-1)^2 \leq 1 \quad |\sqrt{}$$

$$\textcircled{1} \quad x-1 \leq 1 \quad | +1$$

$$\textcircled{2} \quad x-1 \geq -1 \quad | +1$$

$$x_1 \leq 2 \quad x_2 \geq 0 \quad I = [0; 2]$$

- b) Eine Parabel $y = x^2 + px + q$ habe 2 Nullstellen (x_1 und x_2) und sei nach oben geöffnet. In welchem Intervall gilt dann für die Parabel $y \leq 0$?

Für die Parabel gilt von x_1 bis x_2 einschließlich liegt die Parabel unter der x-Achse.

4. Ungleichungen - Bestimme die Lösungsmenge!

a) $x^2 + 6x - 27 \leq 0$

$$(x+9)(x-3) \leq 0$$

1. Fall $(x+9) \leq 0 \Rightarrow x \leq -9$
und $(x-3) \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$
geht nicht !

2. Fall $x+9 \geq 0 \Rightarrow x \geq -9$
und $x-3 \leq 0 \Rightarrow x \leq 3$

Lösungsintervall: $L = [-9; 3]$



Die Matheseite für Aufgaben und Lernmaterialien!



b) $x^2 - 5 \leq 59$

$$x^2 \leq 64$$

$$x \leq 8 \quad \text{oder} \quad x \geq -8$$

$$L = [-8; 8]$$

c) $(x-5)^2 \geq 81 \quad |\sqrt{}$

$$x-5 \geq 9 \Rightarrow x \geq 14$$

oder

$$x-5 \leq -9 \Rightarrow x \leq -4$$

$$L =]-\infty; -4] \cup [14; +\infty[$$

d) $6d < 3 + 4d^2$

$$0 < 4d^2 - 6d + 3$$

$$4d^2 - 6d + 3 > 0 \quad |:4$$

$$d^2 - \frac{3}{2}d + \frac{3}{4} > 0$$

$$x_{1/2} = +\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{9}{16} - \frac{3}{4}}$$

$$= +\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{9}{16} - \frac{12}{16}}$$

keine Lösung! $L = \{ \}$