

## 1. Bruchterme

Kürze soweit wie möglich, gib jeweils die Definitionsmenge an!

$$\text{a) } \frac{84y^2}{7y} = 12y \quad D = \mathbb{R} \setminus \{0\}, y \neq 0$$

$$\text{b) } \frac{7a-28}{21a} = \frac{1}{3} - \frac{4}{3a} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{0\}, a \neq 0$$

$$\text{c) } \frac{5x^2-25x}{x^2-25} = \frac{5x \cdot (x-5)}{(x-5) \cdot (x+5)} = \frac{5x}{x+5} \quad x \neq 5 \quad x \neq -5, D = \mathbb{R} \setminus \{-5; 5\}$$

$$\text{d) } \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{(a+b) \cdot (a+b)}{(a+b) \cdot (a-b)} = \frac{a+b}{a-b} \quad a \neq b \quad a \neq -b$$

$$\text{e) } \frac{4l^2+12l}{l^2+6l+9} = \frac{4l(l+3)}{(l+3) \cdot (l+3)} = \frac{4l}{l+3} \quad l \neq -3 \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$$

$$\text{f) } \frac{x^2+x+0,25}{2x+1} = \frac{(x+0,5) \cdot (x+0,5)}{2 \cdot (x+0,5)} = \frac{x+0,5}{2} = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \quad x \neq -0,5 \quad D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

## 2. Rechnen mit Bruchtermen

Fasse auf einem Bruch zusammen - gib die Definitionsmenge oder zulässigen Einsetzungen an!

$$\text{a) } \frac{2}{x+y} + \frac{4}{x-y}$$

$$= \frac{2(x-y) + 4(x+y)}{(x+y) \cdot (x-y)}$$

$$= \frac{2x-2y+4x+4y}{(x+y) \cdot (x-y)} \quad x \neq y \quad x \neq -y$$

$$= \frac{6x+2y}{(x+y) \cdot (x-y)}$$

$$= \frac{6x+2y}{x^2-y^2}$$

b)  $x \neq 5, D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$

$$\begin{aligned}
 & 5 + 5x + \frac{5x^2}{5-x} \\
 &= \frac{5(5-x) + 5x(5-x) + 5x^2}{5-x} \\
 &= \frac{25 - 5x + 25x - 5x^2 + 5x^2}{5-x} \\
 &= \frac{20x + 25}{5-x}
 \end{aligned}$$

c)  $y \neq 0 \quad y \neq 1 \quad y \neq -1 \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0; 1\}$

$$\begin{aligned}
 & \frac{4}{2y^2 + 2} - \frac{3}{3y^2 + 3} \\
 &= \frac{4}{2 \cdot (y^2 + 1)} - \frac{3}{3 \cdot (y^2 + 1)} \\
 &= \frac{2}{y^2 + 1} - \frac{1}{y^2 + 1} \\
 &= \frac{2-1}{y^2 + 1} \\
 &= \frac{1}{y^2 + 1}
 \end{aligned}$$

**Vereinfache – gib jeweils die Definitionsmenge an!**

d)  $x \neq 7 \quad x \neq -7 \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-7; 7\}$

$$\frac{x}{x^2 - 49} + \frac{7}{x^2 - 49}$$

$$= \frac{x+7}{x^2 - 49}$$

$$= \frac{x+7}{(x+7) \cdot (x-7)}$$

$$= \frac{1}{x-7}$$

e)  $x \neq 3 \quad x \neq 0 \quad x \neq -3 \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 0; 3\}$

$$\frac{\frac{x+3}{x-3}}{\frac{x^2-9}{x}}$$

$$= \frac{x+3}{x-3} \cdot \frac{x}{x^2-9}$$

$$= \frac{(x+3)}{(x-3)} \cdot \frac{x}{(x-3) \cdot (x+3)}$$

$$= \frac{x}{(x-3)^2}$$

### 3. Bruchgleichungen

**Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Bruchgleichungen – gib immer die Definitionsmenge an!**

a)  $x \neq 1 \quad x \neq 0 \quad D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$

$$\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-1} - \frac{12}{x^2-x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-1} - \frac{12}{x^2-x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-1} - \frac{12}{x(x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x(x-1)} + \frac{x}{x(x-1)} - \frac{12}{x(x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2+x-12}{x(x-1)} = 0 \quad | \cdot x(x-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2+x-12=0$$

Faktorisieren:  $(x+4) \cdot (x-3) = 0$   
 $x_1 = -4 \quad x_2 = 3$   
 $L = \{-4, 3\}$

b)  $D = \mathbb{R} \setminus \{-7; 7\}$

$$\frac{20x}{x^2-49} - \frac{7}{x-7} = \frac{6}{x+7}$$

$$\Leftrightarrow 20x - 7 \cdot (x+7) = 6 \cdot (x-7)$$

$$\Leftrightarrow 20x - 7x - 49 = 6x - 42$$

$$\Leftrightarrow 13x - 49 = 6x - 42 \quad | -6x \quad | +42$$

$$\Leftrightarrow 7x = 7 \quad | :7$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

$$L = \{1\}$$